ОТЧЕТ  
по практической работе №3  
по теме «Числовые характеристики случайной величины»  
по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»

ОГЛАВЛЕНИЕ

[ВВЕДЕНИЕ 3](#_Toc445267851)

[1 ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ 4](#_Toc445267852)

[2 АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ЧИСЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ 6](#_Toc445267853)

[3 ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМА ДЛЯ РАСЧЕТА ЧИСЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ 8](#_Toc445267854)

[ЗАКЛЮЧЕНИЕ 14](#_Toc445267855)

[БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК 15](#_Toc445267856)

ВВЕДЕНИЕ

Как уже известно, закон распределения полностью характеризует случайную величину. Однако часто закон распределения неизвестен и приходится ограничиваться меньшими сведениями. Иногда даже выгоднее пользоваться числами, которые описывают случайную величину суммарно; такие числа называют числовыми характеристиками случайной величины. [1, с. 75] Часто их называют моментами случайной величины. К числу важных числовых характеристик относится математическое ожидание.

Математическое ожидание приближенно равно среднему значению случайной величины. Это есть начальный момент первого порядка (). Математическое ожидание ‒ число, вокруг которого сосредоточено значение случайной величины. Как правило, на практике используются четыре начальных момента. Второй, третий и четвертый начальные моменты применяются для расчета центральных моментов.

Центральным моментом порядка случайной величины называется математическое ожидание степени отклонения случайной величины от ее математического ожидания. [2, с. 116] Существуют четыре центральных момента: первый всегда равен нулю, второй характеризует меру разброса случайной величины около ее математического ожидания (дисперсия), третий ‒ коэффициент асимметрии (безразмерная величина), четвертый ‒ коэффициент эксцесса (безразмерная величина). Значения моментов рассчитывают по экспериментальным данным. Их называют оценками.

При обработке измерительной информации мы имеем дело с ограниченным количеством значений случайной величины, представляющим собой некоторую выборку из генеральной совокупности случайных величин. В связи с тем, что объем выборки всегда содержит элемент случайности, такое приближенное значение числовой характеристики называется оценкой числовой характеристики (параметра распределения). Оценка, как известно, должна быть состоятельной, несмещенной, а также эффективной. Все числовые характеристики наносятся на эмпирическую функцию распределения, а именно на гистограмму распределения случайной величины.

Гистограмма распределения ‒ графическое изображение эмпирической плотности вероятности.

В данной практической работе необходимо рассмотреть две выборки значений случайной величины, рассчитать их числовые характеристики, нанести эти характеристики на гистограммы и сделать соответствующие выводы.

Данная работа выполняется в соответствии с СТО ЮУрГУ ГОСТ 04-2008. [3]

# 1 ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Имеем две выборки значений случайной величины, каждая из которых состоит из 100 элементов.

Таблица 1 ‒ Исходные данные для первой выборки

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 149.92  147.26  149.57  147.05  140.21  132.59  130.70  145.60  141.37  120.72  111.55  130.81  132.34  143.38  145.05  155.10  132.40  137.83  151.94  134.06 | 155.22  141.81  121.39  150.38  175.52  137.93  146.24  146.63  139.44  139.35  123.25  142.35  148.99  140.66  139.68  124.46  136.49  148.43  141.50  148.34 | 139.21  147.86  137.05  149.95  134.55  133.60  161.37  136.00  127.12  115.00  149.61  145.89  144.08  152.50  143.28  146.92  124.15  136.89  138.44  134.26 | 135.30  137.76  153.21  154.79  178.31  121.68  115.99  165.37  141.03  143.07  120.54  135.34  139.36  146.79  126.98  115.99  165.37  141.03  120.54  135.34 | 158.53  113.90  143.81  140.87  120.26  146.24  144.24  155.80  128.53  138.51  137.20  136.91  145.29  123.06  125.38  131.53  130.79  137.14  135.20  152.04 |

Таблица 2 ‒ Исходные данные для второй выборки

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 155.95 | 123.68 | 159.61 | 141.37 | 52.64 |
| 123.31 | 52.18 | 35.66 | 49.83 | 80.11 |
| 112.4 | 56.44 | 149.73 | 72.9 | 46.03 |
| 76.86 | 169.79 | 135.18 | 83.55 | 115.41 |
| 101.07 | 52.32 | 108.6 | 128.27 | 54.43 |
| 31.49 | 160.03 | 120.09 | 169.38 | 103.03 |
| 107.04 | 150.03 | 63.53 | 138.06 | 36.07 |
| 157.79 | 67.89 | 164.68 | 62.97 | 49.34 |

Продолжение таблицы 2

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 68.38 | 124.02 | 99.56 | 46.85 | 168.62 |
| 82.58 | 169.65 | 142.62 | 75.46 | 35.13 |
| 106.31 | 117.76 | 153.35 | 145.04 | 136.56 |
| 156.15 | 127.63 | 46.55 | 115.36 | 37.56 |
| 65.65 | 70.93 | 44.58 | 42.18 | 143.82 |
| 150.62 | 169.61 | 166.28 | 142.98 | 78.12 |
| 154.63 | 149.81 | 134.46 | 130.93 | 127.77 |
| 153.66 | 97.55 | 49.83 | 81.43 | 71.13 |
| 63.67 | 120.34 | 130.51 | 121.2 | 105.13 |
| 92.01 | 119.79 | 101.88 | 98.62 | 76.93 |
| 32.27 | 153.07 | 67.15 | 73.74 | 86.18 |
| 129.27 | 151.21 | 83.81 | 144.87 | 54.33 |

# 2 АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ЧИСЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

Начальные моменты не имеют смещенных оценок, поэтому сразу рассчитываем несмещенные оценки.

1. Вычисляем четыре несмещенных оценок математического ожидания:

, (1)

где первый начальный момент;

объем выборки;

элемент выборки, ;

, (2)

где второй начальный момент;

, (3)

где третий начальный момент;

, (4)

где четвертый начальный момент.

1. Рассчитываем смещенные оценки центральных моментов:

, (5)

гдевторой центральный момент, характеристика разброса случайной величины относительно математического ожидания (дисперсия);

, (6)

где третий центральный момент, характеристика симметричности распределения;

, (7)

где четвертый центральный момент, характеристика островершинности.

1. Вычисляем смещенную оценку среднего квадратического отклонения :

. (8)

1. Определяем смещенные коэффициенты асимметрии и эксцесса :

, (9)

. (10)

1. Рассчитываем несмещенные оценки центральных моментов:

, (11)

где несмещенная оценка второго центрального момента (дисперсии);

, (12)

где несмещенная оценка третьего центрального момента;

, (13)

где несмещенная оценка четвертого центрального момента.

1. Вычисляем несмещенную оценку среднего квадратического отклонения:

(14)

1. Определяем несмещенные коэффициенты асимметрии и эксцесса :

, (15)

. (16)

1. Рассчитываем относительные погрешности:
2. для второго центрального момента (дисперсии):

(17)

1. для третьего центрального момента:

(18)

1. для четвертого центрального момента:

(19)

1. для коэффициента асимметрии:

(20)

1. для коэффициента эксцесса:

(21)

1. для среднего квадратического отклонения:

(22)

1. Наносим числовые характеристики на графики гистограмм распределения случайной величины.

# 3 ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМА ДЛЯ РАСЧЕТА ЧИСЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

Начальные моменты не имеют смещенных оценок, поэтому сразу рассчитываем несмещенные оценки.

1. Вычисляем четыре несмещенных оценок математического ожидания по формулам (1) ‒ (4):
2. для первой выборки:

;

;

;

;

1. для второй выборки:

;

;

;

.

Для удобства данные занесем в таблицу 3:

Таблица 3 ‒ Начальные моменты

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Моменты |  |  |  |  |
| Выборка 1 | 139.64 |  |  |  |
| Выборка 2 | 104.06 |  |  |  |

1. Рассчитываем смещенные оценки центральных моментов по формулам (5) ‒ ‒ (7):
2. для первой выборки:

;

1. для второй выборки:

;

.

1. Вычисляем смещенную оценку среднего квадратического отклонения по формуле (8):
2. для первой выборки:

;

1. для второй выборки:

.

1. Определяем смещенные коэффициенты асимметрии и эксцесса по формулам (9) и (10) соответственно:
2. для первой выборки:

;

;

1. для второй выборки:

;

.

Занесем расчетные данные пунктов 2 ‒ 4 в таблицу 4:

Таблица 4 ‒ Расчетные данные (смещенные оценки)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Числовые характеристики | Выборка 1 | Выборка 2 |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

1. Рассчитываем несмещенные оценки центральных моментов по формулам (11) ‒ (13):
2. для первой выборки:

;

;

;

1. для второй выборки:

;

;

.

1. Вычисляем несмещенную оценку среднего квадратического отклонения по формуле (14):
2. для первой выборки:
3. для второй выборки:
4. Определяем несмещенные коэффициенты асимметрии и эксцесса по формулам (15), (16) соответственно:
5. для первой выборки:

;

;

1. для второй выборки:

;

.

Данные пунктов 5 ‒ 7 представим в виде таблицы 5:

Таблица 5 ‒ Расчетные данные (несмещенные оценки)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Числовые характеристики | Выборка 1 | Выборка 2 |
|  |  |  |
|  | 12.59 |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Продолжение таблицы 5

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Числовые характеристики | Выборка 1 | Выборка 2 |
|  |  |  |
|  |  |  |

1. Рассчитываем относительные погрешности для четырех центральных моментов и коэффициентов асимметрии и эксцесса по формулам (17) ‒ (22) соответственно:
2. для первой выборки:
3. для второй выборки:

Представим относительные погрешности в виде таблицы 6.

Таблица 6 ‒ Относительные погрешности

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Относительные погрешности, % |  |  |  |  |  |  |
| Выборка 1 | 1.00 | 3.07 | 2.82 | 2.29 | 5.01 | 0.25 |
| Выборка 2 | 1.00 | 3.07 | 0.48 | 2.29 | 0.78 | 0.24 |

1. Наносим числовые характеристики на графики гистограмм распределения случайной величины.

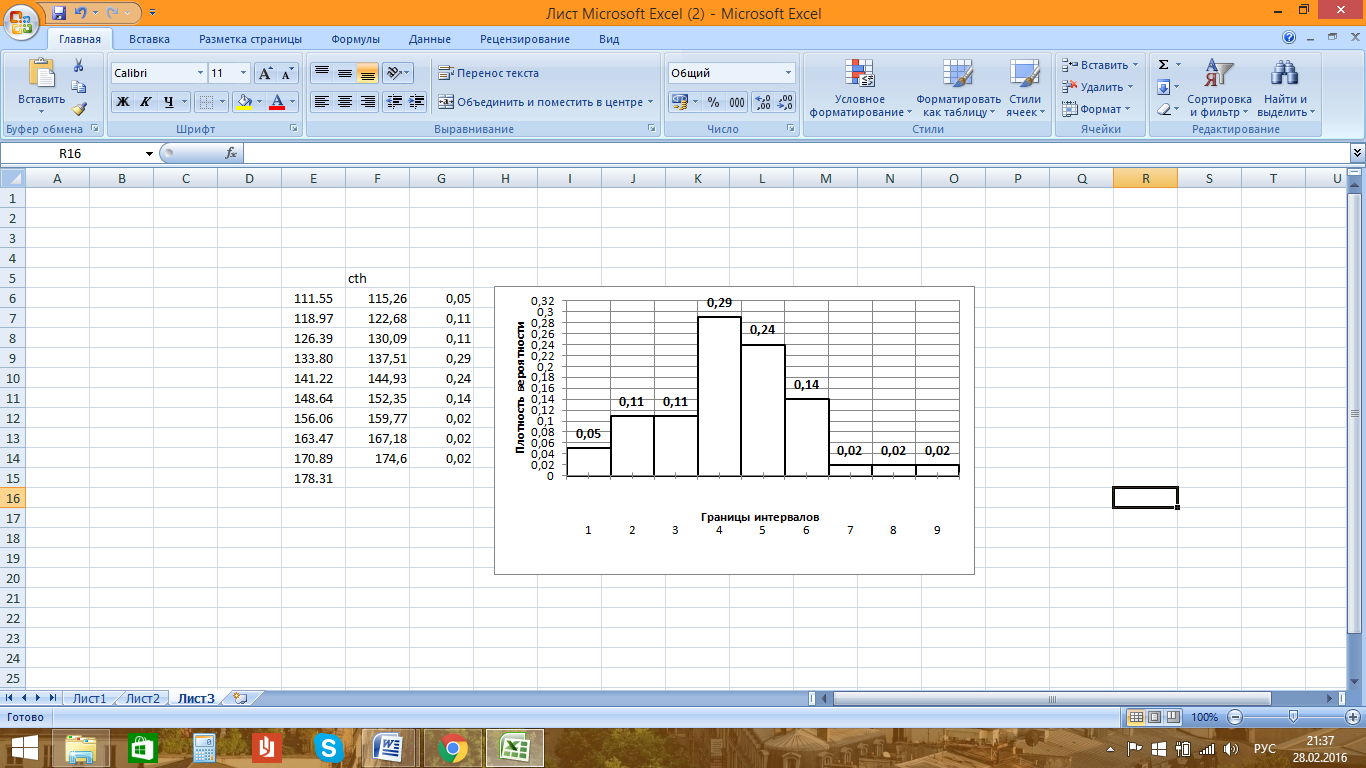


Рисунок 1 ‒ Гистограмма распределения случайной величины первой выборки

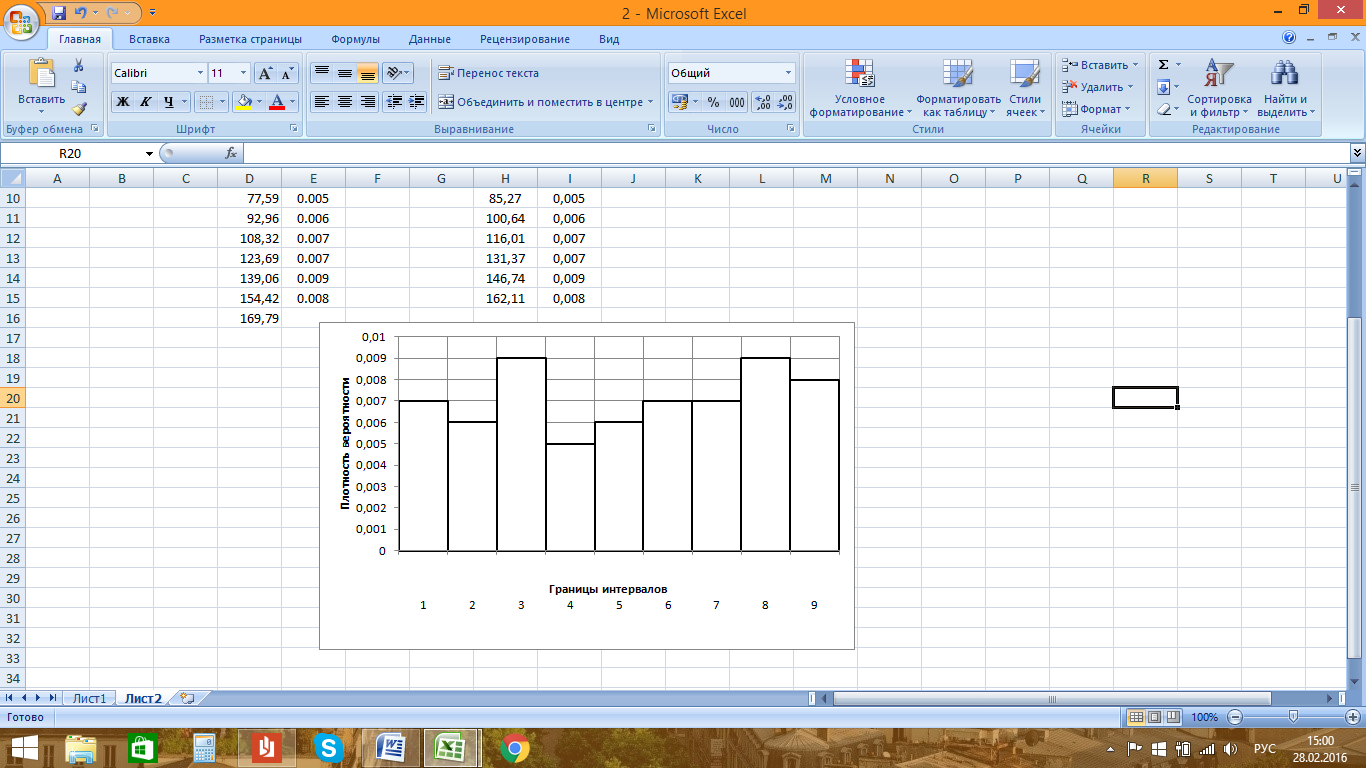


Рисунок 2 ‒ Гистограмма распределения случайной величины второй выборки

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате работы мы можем сделать выводы о том, какие сведения мы получаем о случайной величине.

В первых работах мы получаем примерное представление о случайной величине: расположение случайной величины по числовой оси, отрезок расположения ее значений, длину этого отрезка, а также примерный центр положения случайной величины.

В исходной работе с помощью числовых характеристик мы получаем более детальное представление о случайной величине.

Таким образом, числовые характеристики, полученные в итоге работы, дают наиболее полную информацию о случайной величине.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для вузов / В.Е. Гмурман. ‒ 9 ‒ е изд., стер. ‒ М.: Высш. шк., 2003. ‒ 479 с.: ил.
2. Кремер, Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н.Ш. Кремер. ‒ 3 ‒ е изд., перераб. и доп. ‒ М.: ЮНИТИ ‒ ДАНА, 2010. ‒ 551 с.
3. СТО ЮУрГУ ГОСТ 04-2008. Стандарт организации. Курсовое и дипломное проектирование. Общие требования к содержанию и оформлению / сост. Т.И. Парубочая, Н.В. Сырейщикова, В.И. Гузеев, Л.В. Винокурова. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2008. – 56 с.